含主次波纹换热器板结构的等效力学性能表征

熊兴旺[1],马一鸣[2],张玉福[2],张港[3],他吴睿[3]

(1.江西省科学技术信息研究所,330046 南昌;2.甘肃蓝科石化高新装备股份有限公司,730070 兰州;
3.兰州大学土木工程与力学学院,730000 兰州)

摘　要:针对含有主、次梯形波纹结构特征的换热器板的等效材料性能和力学行为进行了理论建模和数值研究。首先,结合目前已有的两类波纹结构的等效方法和波纹型换热器板的结构和几何特征,推导了仅含主波纹的换热器板的等效参数预测公式。在此基础上,结合商用 ANSYS 软件平台,建立换热器波纹板波纹的力学实体仿真模型,通过比较不同几何尺寸和结构特征的波纹板的变形特征,讨论了两类预测公式的适用范围。在此基础上,给出了具有离轴特征的、含有主次波纹换热器板结构的等效薄板模型和刚度预测公式,讨论了主、次波纹结构以及离轴特征对于换热器板结构的材料性能的影响。

关键词:等效材料参数;波纹换热器板;主次波纹结构;离轴材料参数

中图分类号:O346　　**文献标志码:**A

Characterization of effective material properties and mechanical analysis of heat exchanger plate with primary and secondary corrugation structures

XIONG Xingwang[1], MA Yiming[2], ZHANG Yufu[2], ZHANG Gang[3], TA Wurui[3]

(1. Jiangxi Science and Technology Information Research Institute, 330046 Nanchang, China;
2. Gansu Lanke Petrochemical High-Tech Equipment Co., Ltd., 730070 Lanzhou, China; 3. Department of Mechanics and Engineering Science, College of Civil Engineering and Mechanics, Lanzhou University, 730000 Lanzhou, China)

Abstract: In this paper, the effective material properties and mechanical behavior of heat exchanger plates with primary and secondary trapezoidal corrugated structure were theoretically modeled and numerically studied. First, we derived the two predicted formulae for effective material properties of heat exchanger plates with only primary corrugated structures combining the two existing equivalent approaches and the geometric dimensions of real heat exchanger corrugated plates. Then we investigated the accuracy and application range of the two predicted formulae by comparing the corrugated plate's deformation using different predicted formulae and the simulation results given by a solid mimic model using the commercial ANSYS software. And then we derived a prediction formula for the heat exchanger plate structure with primary and secondary corrugations using the series model of composite structures. The influence of the secondary

收稿日期:2021-03-27　　**修回日期:**2021-10-21

基金项目:甘肃省科技重大专项资助项目(No. 19ZD2GA004)

通信作者:他吴睿,副教授。E-mail:tawr@lzu.edu.cn

引用格式:熊兴旺,马一鸣,张玉福,等. 含主次波纹换热器板结构的等效力学性能表征[J]. 应用力学学报,2023,40(1):179-188.

XIONG Xingwang, MA Yiming, ZHANG Yufu, et al. Characterization of effective material properties and mechanical analysis of heat exchanger plate with primary and secondary corrugation structures[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2023, 40(1): 179-188.

corrugations and off-axis characteristics on the effective properties of the heat exchanger corrugated plate structure are also discussed and displayed.

Key words: effective material property; corrugated heat exchange plate; primary and secondary corrugated structure; off-axis material property

相对于平直板壳结构,波纹板由于具有更高的强度,因此广泛应用于航空、航天、航海、民用建筑,压力容器和换热器等工程结构。对其有效刚度和强度进行有效的分析,并给出便于工程设计的计算方法一直是波纹板结构研究的热点和关键问题。板式换热器是一种由波纹板组成的换热设备、由于其传热效率高、组装灵活、热损小,便于拆卸、检修等特点,被广泛应用于工业生产中。相对于单一的波纹板结构,波纹板式换热器不仅具有多层级波纹结构(主波纹、次波纹),而且具有离轴特点,对其有效刚度和强度进行研究,给出便于工程计算的解析计算公式并给出其合适的应用范围非常必要。

对于波纹板有效力学性能的研究可追溯到上世纪 20 年代 HUBER[1] 的工作,在此基础上, ABDEL-SAYED[2] 给出了正弦型波纹板等效的弯曲刚度计算公式,被广泛应用工程实际中。此后,文献[3-9],给出了不同形式波纹结构的等效拉伸、耦合和弯曲刚度的表达式,修正了波纹方向的等效刚度以及面内剪切刚度表达式。LIEW 等[10-11] 基于 Briassoulis 的推导思想,在 Briassoulis 给出的正弦波纹结构等效材料参数预测公式的基础上,推导了梯形波纹结构等效正交异性刚度,并基于一阶剪切变形理论,利用无网格伽辽金方法研究了波纹板的屈曲和振动问题;YE 等[12-13] 基于变分渐进分析方法,给出了波纹板壳结构的完整的有效刚度预测公式,包括波纹板的拉伸-弯曲耦合刚度; AOKI 等[14] 基于试验和理论,对现有的波纹板结构的等效预测公式进行了评述,并给出了非对称构型波纹板的计算格式。各种预测公式的差异主要体现在波纹方向的等效刚度以及面内剪切刚度的表达式。

尽管板的等效刚度的问题是个比较陈旧的主题,但其仍具有非常广泛的工程应用价值[15-16]。宋欣等[15] 利用逐段变形效应叠加法推导出求解变刚度弹性板大变形下最大挠度的解析方程,扩大了叠加法的应用范围。随着极端工况下新型波纹结构的出现,相关研究直到现在仍得到工程界和学术界的持续关注[17-18]。尽管对波纹板的等效力学刚度和力学行为的研究已非常广泛,但对于具有多层级波纹特征和离轴特征的波纹板的等效刚度与力学行为的研究仍显不足。正是基于此本研究拟对具有多层级波纹板的等效刚度进行系统研究,首先从理论上给出相应的等效刚度的解析表达式。其次将结合波纹结构的数值仿真模型,进一步讨论波纹板等效刚度表达式的适用范围等。

1 波纹板等效刚度的推导

对于如图 1 所示的板式换热器结构,不仅具有多层级的主、次波纹特征,而且具有离轴特征,在本小节,将依次讨论具有主波纹的波纹板、离轴型波纹板以及次级波纹对板式换热器结构等效刚度的影响。

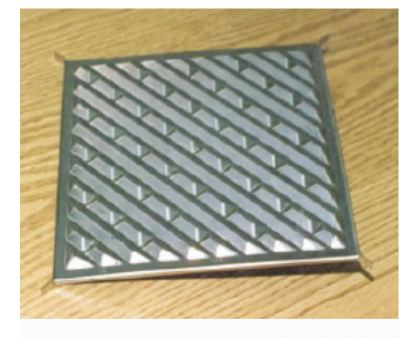




图 1 波纹板式换热器的示意图

Fig. 1 Schematic diagram of corrugated plate heat exchanger

1.1 仅具有主波纹波纹板等效刚度研究

1) 基于 Briassoulis 方法

由于单向波纹结构等效刚度是研究换热器波纹板结构的基础,因此尽管 LIEW 等[10] 基于 Briassoulis 方法给出了梯形波纹结构的等效刚度,此处,结合图 2 给出的几何参数简要介绍其推导过程,并修正简

化相关的表达式。

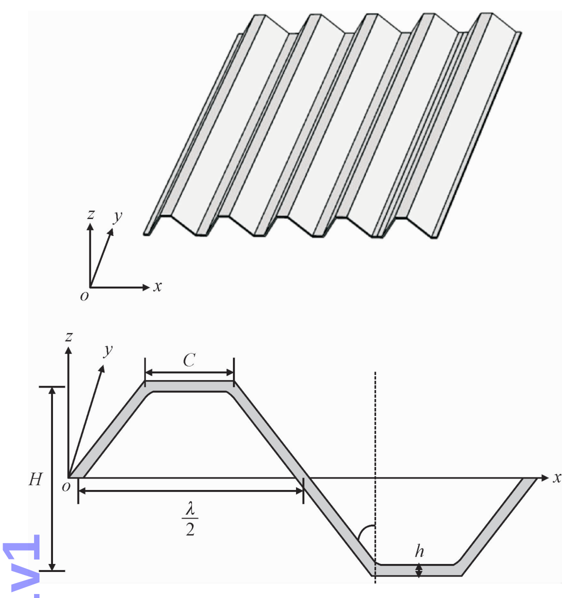


图 2 梯形波纹板横截面示意图

Fig. 2 Cross section of trapezoidal corrugated plate

对图 2 所示梯形波纹板结构,设其为各向同性材料,弹性模量和泊松比分别为 E、μ,板厚为 h,可等效为正交各向异性薄板模型(忽略横向剪切效应),即

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_x & D_\mu & 0 \\ D_\mu & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_{xy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix} \tag{1}$$

此处

$$D_x = \frac{E_x h^3}{12(1-\mu_x\mu_y)},\ D_y = \frac{E_y h^3}{12(1-\mu_x\mu_y)},$$

$$D_\mu = \mu_y D_x,\ D_{xy} = G_{xy}\frac{h^3}{12}$$

设梯形波纹板结构 z 方向的波纹结构在 $[0, \lambda/2]$ 的变化趋势为

$$z(x) = \begin{cases} x\cot\theta & 0 \leqslant x \leqslant \frac{H}{2}\tan\theta \\ H/2 & \frac{H}{2}\tan\theta \leqslant x \leqslant C + \frac{H}{2}\tan\theta \\ H-(x-C)\cot\theta & C + \frac{H}{2}\tan\theta \leqslant x \leqslant \frac{\lambda}{2} \end{cases} \tag{2}$$

现沿 y-方向施加了分布弯矩均匀的弯矩 M,考虑线弹性情形,则波纹板横截面上沿着一个跨长 λ 的 M_y 可表示为

$$M_y = M + \frac{2}{\lambda}\int_0^{\lambda/2} N_y z \mathrm{d}x = M + \frac{2MA}{\lambda I}\int_0^{\lambda/2} z^2 \mathrm{d}x \tag{3}$$

考虑由式(2)表示的梯形截面,易得

$$M_y = M + \frac{2MA}{\lambda I}\alpha \tag{4}$$

其中

$$\alpha = \left[\frac{H^2}{4}C + \frac{H^3}{12}\tan\theta\right] \tag{5}$$

对于等效的正交各项异性板,忽略泊松效应,则依据 $M_y = D_y w_{yy}$,其中 w_{yy} 为挠度,易得

$$D_y = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)} + \frac{2Eh}{\lambda}\alpha \tag{6}$$

其中:λ 表示一个梯形波纹的跨长,且 $\lambda = 2[C + H\tan\theta]$。

对于工程上常用的薄壁结构,且其梯形波纹的高度 H 较大时,有 $h \ll H$,可进一步简化为

$$D_y \approx \frac{2Eh}{\lambda}\alpha \tag{7}$$

其他的等效刚度分量可参照文献[8,10-11],类似的给出如下。

$$D_x = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}\frac{\lambda}{L},$$

$$D_{xy} = \frac{Eh^3}{12(1+\mu)},$$

$$D_\mu = \mu D_x \tag{8}$$

此处,L 为一个梯形波纹的周长,可表示为 $L = 2[C + H/\cos\theta]$。

至此,得到了梯形截面波纹板的等效刚度计算公式,需要说明的是,由式(5)、(6)给出的 D_y 等效表达式与文献[10]给出的表达式是等效的,但文献没有对该表达式进行必要的简化,显得比较繁琐,本研究对相应的表达式给与了简化,因此形式更为简洁,更便于工程计算。

考虑到 $\mu_y = \mu$,则可进一步得到梯形波纹结构等效的材料如下。

$$E_x = \frac{E(1-\mu_x\mu_y)}{(1-\mu^2)}\frac{\lambda}{L},\ E_y = \frac{\mu}{\mu_x}E_x,$$

$$E_\mu = \mu E_x = \mu_y E_x,\ G_{xy} = \frac{E}{2(1+\mu)},$$

$$\mu_x = \frac{h^2\lambda^2\mu}{h^2\lambda L + 24(1-\mu^2)L\alpha} \tag{9}$$

2)基于 YE 等[12]的方法

由上述推导过程可知,于基于 Briassoulis 方法及思路推导得波纹长度方向的等效刚度时基于材料力学的平面假定,且忽略了泊松效应。因此,将依据 YE 等给出的波纹结构的有效刚度预测公式,结合换

热器梯形波纹板结构的几何特征，进一步推导梯形波纹板结构的等效刚度公式，在此基础上探讨不同的等效公式的适用范围。

对于式(2)表征的波纹板进行归一化处理，则其波纹特征可进一步表征为

$$z(x) = \lambda\varphi(X),\ X = \frac{x}{\lambda} \tag{10}$$

令 $\gamma = 1 + (\frac{d\varphi}{dX})^2$，则依据 YE 等给出的等效弯曲刚度公式[13]

$$D_x = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)\langle\sqrt{\gamma}\rangle},\ D_y = Eh\lambda^2\langle\varphi^2\sqrt{\gamma}\rangle,$$

$$D_\mu = \mu D_x,\ D_{xy} = \frac{\mu h^3}{12}\langle\sqrt{\gamma}\rangle \tag{11}$$

其中〈·〉代表相关物理量在一个波长范围内的平均。将具体的换热器波纹板的几何特征参数代入，可得到波纹板结构的等效刚度为

$$D_x = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}\cdot\frac{\lambda}{L},$$

$$D_y = \frac{2Eh}{\lambda}\beta + \mu^2 D_x + \frac{Eh^3}{6\lambda}[C + \frac{H}{\lambda}\cdot\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}],$$

$$D_\mu = \mu D_x,\ D_{xy} = \frac{Eh^3}{24(1+\mu)}\cdot\frac{L}{\lambda} \tag{12}$$

其中，$\beta = \left[\frac{H^2C}{4} + \frac{H^3}{12\cos\theta}\right]$。

类似地，当梯形波纹的高度 H 较大时，有 $h \ll H$，则进一步得到

$$D_y = \frac{2Eh}{\lambda}\beta \tag{13}$$

仍考虑：$\mu_y = \mu$，且壁厚远小于波纹高度，则相应的等效材料参数可给出为

$$\mu_x = \frac{h^2}{24(1-\mu^2)}\cdot\frac{\lambda^2}{L\beta}\mu,$$

$$E_x = \frac{E(1-\mu_x\mu_y)}{(1-\mu^2)}\cdot\frac{\lambda}{L},$$

$$E_y = \frac{\mu}{\mu_x}E_x,$$

$$G_{xy} = G\frac{L}{\lambda} = \frac{E}{2(1+\mu)}\cdot\frac{L}{\lambda} \tag{14}$$

比较式(6)~(9)与(12)~(14)，可以看出：两种不同的等效刚度公式主要差异体现在 y-方向的等效刚度以及等效剪切刚度。后续，将结合真实换热器波纹板的参数范围对这两类预测公式的适用性展开讨论。

1.2 考虑次级纹波影响的等效刚度研究

由于用于换热器的波纹板除了主波纹外，在部分区域内还存在沿 y-方向的次级波纹，因此还需进一步考虑次级波纹的影响。可将整个结构视为串联的复合结构材料. 将未含次波纹的区域考虑为材料 I，其材料参数同上一部分得到的等效参数，即对于区域 I，其等效参数即为上一小节中的波纹板

$$E_{xI} = E_x,\ E_{yI} = E_y,\ \mu_{xI} = \mu_x,\ \mu_{yI} = \mu_y,$$
$$G_{xyI} = G_{xy} \tag{15}$$

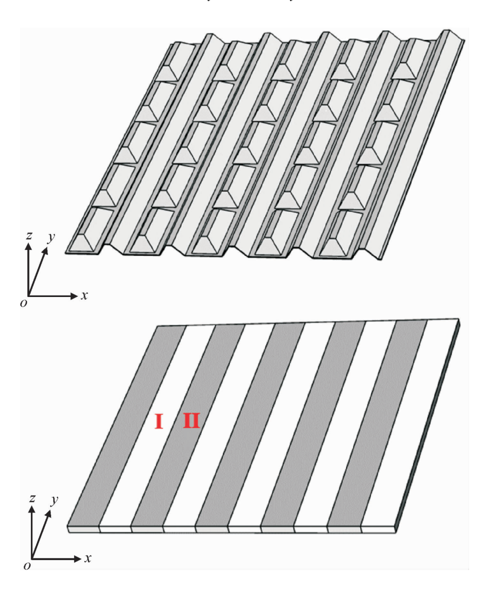


图 3　含次波纹的波纹板结构及其等效结构

Fig. 3　Corrugated plate structure with secondary ripples and its equivalent structure

将存在次级波纹的条带考虑为另一种材料 II。现设次级梯形波纹的波高与主波高相等，即 $H_2 = H$，设次级梯形波纹角度 θ_2，顶长为 C_2，跨长为 λ_2，周长为 L_2。则依据前一部分的分析步骤和相关式(12)~(14)则可近似得到次级波纹区域的材料等效刚度为

$$D_{x\text{II}} = \frac{2E_{x\text{I}}h}{\lambda_2}\beta_2,$$

$$\beta_2 = \left[\frac{H^2C_2}{4} + \frac{H^3}{12\cos\theta_2}\right],$$

$$D_{y\text{II}} = D_{y\text{I}}\frac{\lambda_2}{L_2} = \frac{E_{y\text{I}}h^3}{12(1-\mu_{x\text{I}}\mu_{y\text{I}})}\cdot\frac{\lambda_2}{L_2},$$

$$D_{xy\text{II}} = \frac{Eh^3}{24(1+\mu)}\cdot\frac{L}{\lambda}\cdot\frac{L_2}{\lambda_2} \tag{16}$$

进一步相关区域的有效材料参数可表征为

$$E_{y\mathrm{II}} = \frac{(1-\mu_{x2}\mu_{y2})}{(1-\mu_{x1}\mu_{y1})}\cdot\frac{\lambda_2}{L_2}E_{y1},$$

$$E_{x\mathrm{II}} = \frac{\mu_{x2}}{\mu_{y2}}E_{y\mathrm{II}},$$

$$G_{xy\mathrm{II}} = \frac{E}{2(1+\mu)}\cdot\frac{L_1L_2}{\lambda_1\lambda_2},$$

$$\mu_{y\mathrm{II}} = \frac{\lambda_2{}^2h^2\mu}{24L_2(1-\mu_{x1}\mu)\beta_2},$$

$$\mu_{x\mathrm{II}} = \mu_{x\mathrm{I}} \tag{17}$$

设其次级波纹的区域面积占总区域的面积的组分比为 f,则按复合材料力学的串联模式,则可得到同时含有主波纹和次级波纹结构的多层级换热波纹板等效的材料参数为

$$\tilde{E}_x = fE_{x\mathrm{I}} + (1-f)E_{x\mathrm{II}},$$

$$\tilde{E}_y = \frac{E_{y\mathrm{I}}E_{y\mathrm{II}}}{fE_{y\mathrm{I}} + (1-f)E_{y\mathrm{II}}},$$

$$\tilde{\mu}_x = f\mu_{x\mathrm{I}} + (1-f)\mu_{x\mathrm{II}},$$

$$\tilde{\mu}_y = \frac{\tilde{E}_y}{\tilde{E}_x}\tilde{\mu}_x,$$

$$\tilde{G}_{xy} = G_{xy\mathrm{I}}G_{xy\mathrm{II}}/[fG_{xy\mathrm{II}} + (1-f)G_{xy\mathrm{II}}] \tag{18}$$

由此,给出了含有次级波纹的波纹型换热器平板的等效材料参数预测公式。

1.3 离轴情形

对于真实的换热器波纹板结构,在评估其刚度和进行强度分析时,往往需要知道 1,2 方向等效刚度。现设坐标系 x-o-y 和 1-o-2 之间夹角为 φ,要得到 1,2 方向的刚度分量,需要依据第 1.2 节中的理论分析结果,进行坐标轴的旋转。

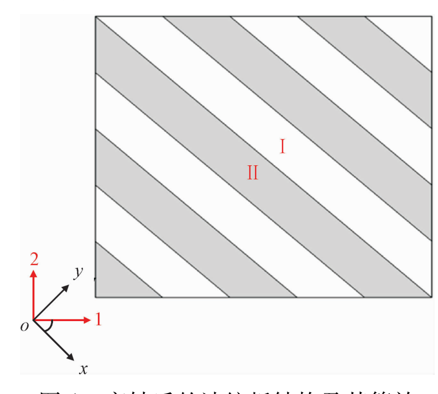


图 4 离轴后的波纹板结构及其等效

Fig. 4 The corrugated plate structure after off-axis and its equivalent

将前面给定的正交各向异性材料的应力应变关系(1)重写为

$$\begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_{xy}\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix}\tilde{Q}_x & \tilde{Q}_\mu & 0\\ \tilde{Q}_\mu & \tilde{Q}_y & 0\\ 0 & 0 & \tilde{Q}_{xy}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \gamma_{xy}\end{Bmatrix} = Q\begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \gamma_{xy}\end{Bmatrix} \tag{19}$$

此处:$\tilde{Q}_x = \dfrac{\tilde{E}_x}{1-\tilde{\mu}_x\tilde{\mu}_y}$, $\tilde{Q}_y = \dfrac{\tilde{E}_y}{1-\tilde{\mu}_x\tilde{\mu}_y}$,

$\tilde{Q}_\mu = \dfrac{\mu_y\tilde{E}_x}{1-\tilde{\mu}_x\tilde{\mu}_y}$, $\tilde{Q}_{xy} = G_{xy}$。

则根据移轴公式[20]

$$\begin{Bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_{xy}\end{Bmatrix} = \boldsymbol{T}\begin{Bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \tau_{12}\end{Bmatrix},$$

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \gamma_{xy}\end{Bmatrix} = (\boldsymbol{T}^{-1})^{\mathrm{T}}\begin{Bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \gamma_{12}\end{Bmatrix} \tag{20}$$

其中

$$\boldsymbol{T}^{-1} = \begin{bmatrix}\cos^2\varphi & \sin^2\varphi & -2\sin\varphi\cos\varphi\\ \sin^2\varphi & \cos^2\varphi & 2\sin\varphi\cos\varphi\\ \sin\varphi\cos\varphi & -\sin\varphi\cos\varphi & \cos^2\varphi-\sin^2\varphi\end{bmatrix} \tag{21}$$

则进一步得到

$$\begin{Bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \tau_{12}\end{Bmatrix} = \boldsymbol{T}^{-1}Q(\boldsymbol{T}^{-1})^{\mathrm{T}}\begin{Bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \gamma_{12}\end{Bmatrix} = \tilde{Q}\begin{Bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \gamma_{12}\end{Bmatrix} \tag{22}$$

根据式(22),可以给出在离轴情形下沿板的长度和宽度方向的弹性常数表达式[19-21](此处仅仅列举弹性模量和剪切模量)。

$$\frac{1}{E_1} = \frac{1}{\tilde{E}_x}\cos^4\varphi + \left(\frac{1}{\tilde{G}_{12}} - \frac{2\mu_x}{\tilde{E}_x}\right)\sin^2\varphi\cos^2\varphi + \frac{1}{\tilde{E}_y}\sin^4\varphi,$$

$$\frac{1}{E_2} = \frac{1}{\tilde{E}_x}\sin^4\varphi + \left(\frac{1}{\tilde{G}_{12}} - \frac{2\mu_x}{\tilde{E}_x}\right)\sin^2\varphi\cos^2\varphi + \frac{1}{\tilde{E}_y}\cos^4\varphi,$$

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{1}{\tilde{G}_{xy}}(\sin^4\theta + \cos^4\theta) +$$

$$4\left(\frac{1+2\tilde{\mu}_x}{\tilde{E}_x} + \frac{1}{\tilde{E}_y} - \frac{1}{2\tilde{G}_{xy}}\right)\sin^2\theta\cos^2\theta \tag{23}$$

类似的可以给出,离轴情形下波纹板等效刚度。在忽略横向剪切效应时,板的弯矩和曲率之间的关

系可写为

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{D}_x & \tilde{D}_\mu & 0 \\ \tilde{D}_\mu & \tilde{D}_y & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{D}_{xy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix} \tag{24}$$

此处

$$\tilde{D}_x = \frac{\tilde{E}_x h^3}{12(1-\tilde{\mu}_x\tilde{\mu}_y)}, \tilde{D}_y = \frac{\tilde{E}_y h^3}{12(1-\tilde{\mu}_x\tilde{\mu}_y)},$$

$$\tilde{D}_\mu = \tilde{\mu}_y D_x, \tilde{D}_{xy} = \tilde{G}_{xy}\frac{h^3}{12}$$

在离轴情形下的弯矩和弯矩之间满足的关系为

$$\begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_{12} \end{Bmatrix} = \boldsymbol{T}^{-1}\tilde{D}(\boldsymbol{T}^{-1})^{\mathrm{T}} \begin{Bmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \\ \chi_{12} \end{Bmatrix} \tag{25}$$

2 基于 ANSYS 的波纹板数值模型

为了进一步验证相关公式理论预测值的准确性和适用范围，基于 ANSYS 平台，分别建立了波纹板的实体仿真模型和正交各向异性等效平板结构模型。此处对于波纹板实体结构，采用自由四面体单元，单元数为 116 791；对于等效平板结构，采用映射边界网格后沿长度方向扫掠的方法创建平行六面体单元，单元数为 12 800。依据式(9)和(14)，即可获得等效平板结构所需的等效材料参数。在此基础上可分别算出等效平板结构的变形特征。

3 结果与讨论

3.1 两类公式的实用性讨论

首先，讨论预测公式(6)～(9)和(10)～(14)的适用范围和精度，在具体的计算中，设材料的弹性模型 $E=2.06\times10^{11}$ Pa，泊松比 $\nu=0.3$，板厚 $h=0.5$ mm，梯形波纹的顶高 $C=3.73$ mm，波纹高度与波纹角度设定为可变设计参数。

基于式(6)与式(12)可以得到波纹板结构的等效刚度随波纹几何特征的变化关系。由图 5(a)可知，对于波纹高度和板厚度同一量级时($H/h=1$)，基于两种方法得到等效剪切刚度 D_y 相差不大，尤其波纹梯形角度大于 40°时，二者趋于一致，表明在此情形下，二种公式均可选用；当波纹高度远大于板厚时($H/h=16$ 真实的波纹型换热器板)，两者差距明显，因此需要对等效公式的精确性进一步分析讨论。

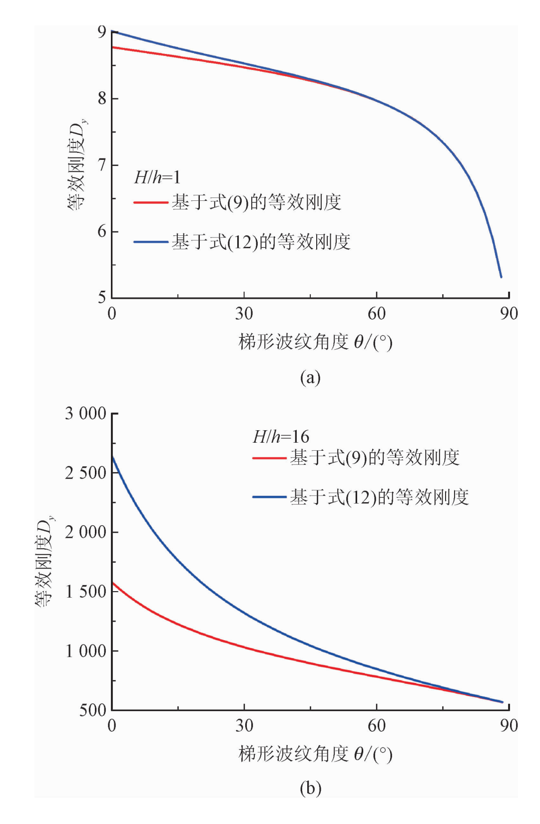


图 5　不同等效刚度理论预测公式预测结果比较

Fig. 5　Comparison of prediction results of different equivalent stiffness theory prediction formulas

为了验证所给理论公式的精确性，分别依据基于式(9)和(14)得到等效材料参数，赋予 ANSYS 平台编制的等效各向异性板结构，进而分别计算其变形，并与 ANSYS 平台直接编制的波纹板实体结构仿真模型的结果进行比较。在具体计算中，设定波纹板为正方形简支板，边长为 10 个波长，波高 $H=8.0$ mm，梯度波纹角度 $\theta=38°$，波纹受均布载荷 $q=1\ 000$ Pa。图 6(a)、6(b)分别为波纹板实体结构的变形特征和基于式(14)得到的等效各向异性平板的变形特征，由图可知，两者无论是变形的特征一致。而最大位移值相差约 2% 左右。为了进一步检验式(9)和(14)得到的等效参数的预测精度，图 6(c)、6(d) 展示了基于波纹板实体模型，基于式(9)和(14)预测得到的等效材料参数的平板模型，x-方向和 y-方向位移特征曲线。由图 6(c)和(d)可知，基于式(14)得到等效参数所建立的各向异性平板的位移与波纹板三维实体模型得到的位移曲线在结构的中心位置近乎重合，最大位移相差 2% 左右。但基于式(9)预测的等效参数所建立的等效平板模

型，与真实的波纹板结构仿真模型在此情形下变形差异较大。结合图 5 所给出的结论，可以得到对于式（9）所预测的等效参数，在波高较小时或波纹梯形的角度较大时（如 $\theta \geqslant 70°$）其预测结果较为准确，但是对于波高远大于板厚且角度较小时，显然式（14）预测的等效参数更为精确。实际的换热器波纹板结构，其波纹夹角一般约为 38°，显然采用式（14）更为精确，因此后续计算时，选定式（14）作为等效参数的预测公式。

图 6　基于不同等效参数预测公式得到的等效平板结构变形特征

Fig. 6　Deformation characteristics of equivalent slab structure obtained based on different equivalent parameter prediction formulas

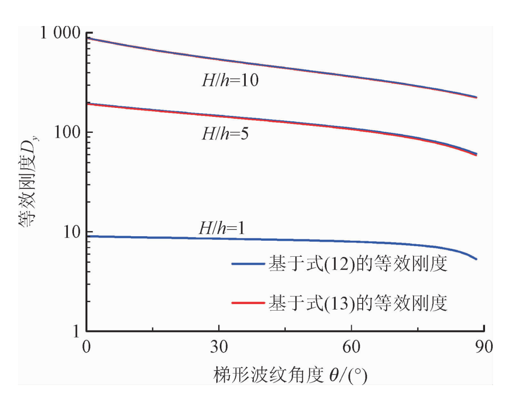


图 7　基于式（12）（13）的等效刚度比较

Fig. 7　Comparison of the equivalent stiffness based on equations (12) and (13)

式（13）是式（12）中 y-方向等效刚度预测公式的简化形式，图 7 展示了在不同的波高-厚度比下的等效刚度比较。结果表明当波纹高度大于厚度的 5 倍，可直接采用式（13）预测波纹板 y-方向的等效刚度。在具体的换热器波纹板结构中波纹高度一般都大于板厚的 5 倍，因此可直接采用式（13）来取代式（12）中 D_y 的表达式。

3.2　换热器波纹板的等效参数预测

基于式（14），可以讨论等效材料参数。图 8 展示等效材料参数与波纹板几何特征参数的之间变化特征曲线。图 8（a）展示了波纹板结构的等效材料

参数 E_x 随波纹几何特征之间的关系。

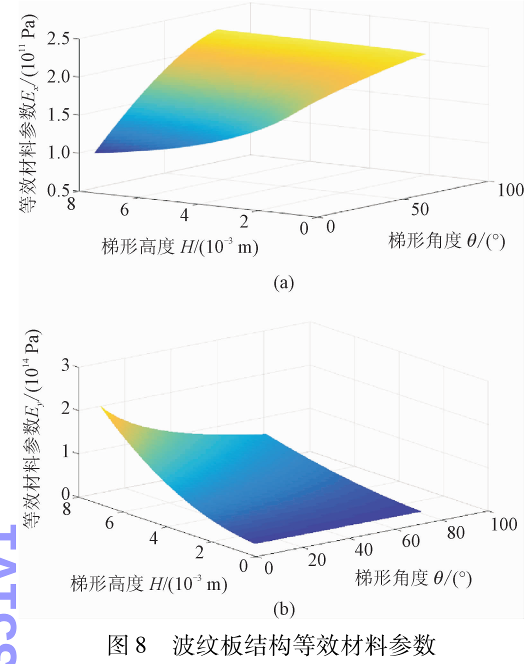


图 8　波纹板结构等效材料参数随波纹几何尺寸的变化特征

Fig. 8　Variation characteristics of equivalent material parameters of corrugated plate structure with the geometric dimension of corrugated plate

结果表明：波纹高度越高，而且角度越小；此时对应的 x-方向的等效材料参数越小，意味着对于高密度数的波纹结构其等效刚度会削弱。图 8(b)展示了等效材料参数 E_y 随梯形波纹高度与梯形波纹角度变化的整体情况。结果表明：波纹高度越高，而且角度越小(也即波纹数密度越大)时，y-方向等效参数 E_y 越大。波纹板几何特征对其等效刚度的影响规律类似于对其等效材料参数的影响。

基于式(18)，可以讨论考虑次级波纹时对波纹板等效参数的影响，图 9 展示了次级波纹对换热器波纹板等效材料参数的影响。在具体计算时，次级波纹波高，夹角和高度均与主波纹尺寸一致，也即 $H=8.0$ mm，梯度波纹角度 $\theta=38°$，顶高顶高 $C=3.73$ mm。如图 9(a)～(c)所示：同时考虑次级波纹时，x-方向的等效材料参数呈量级提高；而 y-方向的等效材料参数将有所减小，相应的等效的剪切模量也显著提高。图 9(d)表明：在考虑次级波纹的影响，波纹密度较小时，y-方向的等效参数 E_y 明显大于 x-方向的等效参数 E_x，而当波纹密度较大时，E_x 显著增加略大于 E_y。

图 9　考虑主、次波纹时波纹板的等效参数预测

Fig. 9　The equivalent parameter prediction of the corrugated plate when the primary and secondary ripples are considered

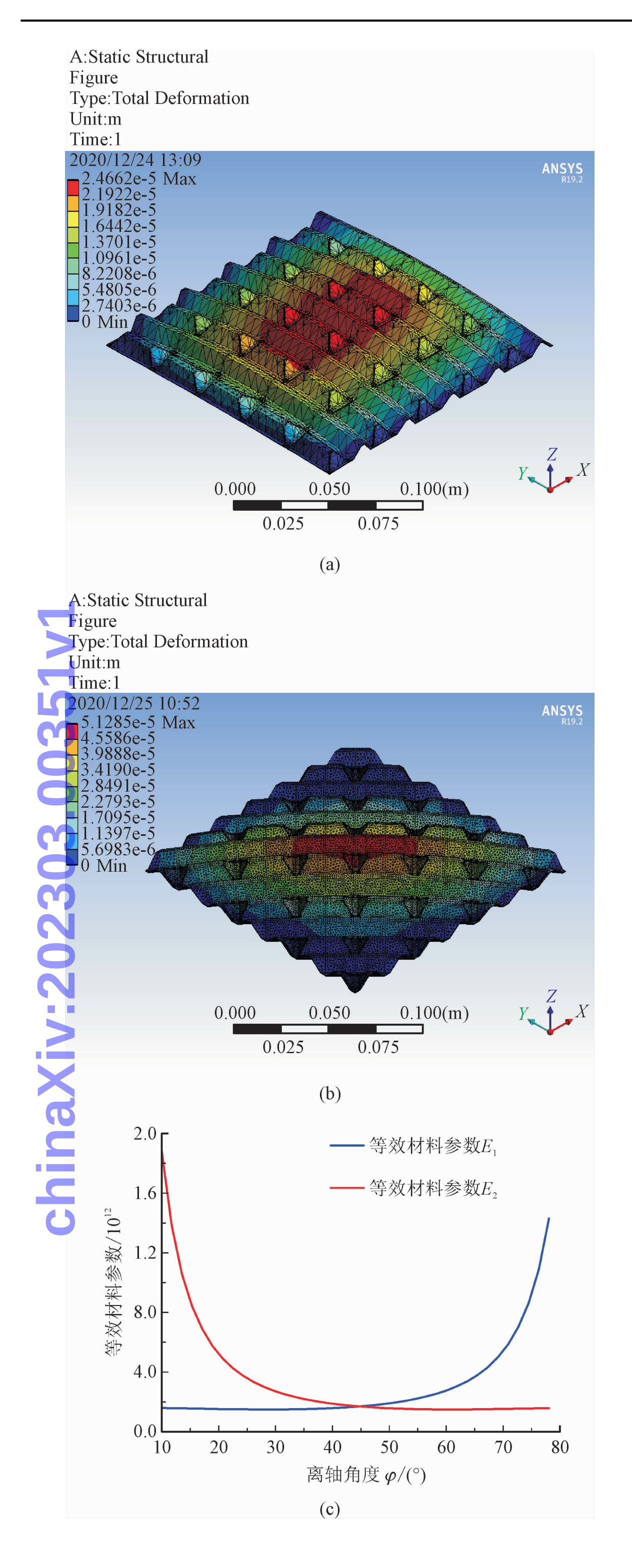


图 10　含主次波纹的波纹结构有限元计算结果及等效参数随离轴角度的变化

Fig. 10　The results of finite element calculation of corrugated structure with primary and secondary ripples and the variation of equivalent parameters with off-axis angle

基于公式(23)，可以计算不同离轴角度下，板的长度和宽度方向的等效参数 E_1、E_2(参见图 4 坐标方向 1，2)。图 10(a)和(b)给出了未离轴情况以及离轴 45°时有限元计算结果，图 10(c)给出了含主、次波纹的波纹板结构等效参数 E_1、E_2 随离轴角度的改变特征。

由图可知，等效参数 E_1 会随着离轴角增加，等效参数 E_2 会随着离轴角减小，当离轴角度为 $\varphi=45°$ 时两者相等。在实际的换热器板的设计中，离轴角一般取为 45°。意味着板宽和板长度方向的等效材料常数是相等。但此时实际的波纹板结构由于离轴不能再简单的等效为正交各向异性平板，因此 1，2 方向的等效泊松比并不相等。

4　结　论

本研究基于两种波纹结构等效材料参数的理论，结合换热器波纹板的结构和几何特征，推导了具有离轴特征的、含主次波纹的换热器板的等效力学性能预测公式。首先对两种波纹板等效材料参数的预测公式的精度和适用范围进行讨论，经过与 ANSYS 三维实体模型计算结果比较，表明对于高厚比较大的换热器波纹板结构，应采用基于 YE 等理论基础上得到的预测公式。在此基础上，本研究进一步讨论了次级波纹以及波纹方向的离轴特征对其等效材料参数的影响。研究表明考虑次波纹时，可显著增大由于主波纹而削弱的波纹方向的等效材料参数，而离轴角度为 45°，板长和板宽方向的等效材料参数等。通过这些研究，为波纹型换热器板结构的设计和刚度评估提供了理论依据和指导。

参考文献：

[1]　HUBER M T. Die theorie des kreuzweise bewehrten eisenbetonplatten[J]. Der bauingenieur，1923，4：354-392.

[2]　ABDEL-SAYED G. Critical shear loading of curved panels of corrugated sheets[J]. Journal of the engineering mechanics division，1970，96(6)：895-912.

[3]　BARTOLOZZI G，PIERINI M，ORRENIUS U，et al. An equivalent material formulation for sinusoidal corrugated cores of structural sandwich panels[J]. Composite structures，2013，100：173-185.

[4]　SZILARD R. Theory and analysis of plates：Classical and numerical methods[M]. Englewood Cliffs，New York：Prentice-Hall，1973.

[5]　EASLEY J T. Buckling formulas for corrugated metal shear diaphragms[J]. Journal of the structural division，1975，101(7)：1403-1417.

[6] LAU J H. Stiffness of corrugated plate[J]. Journal of the engineering mechanics division,1981,107(1):271-275.

[7] LUO S,SUHLING J C. The bending stiffnesses of corrugated board [J]. Asme applied mechanics division-publications-AMD, 1992, 145:15-26.

[8] BRIASSOULIS D. Equivalent orthotropic properties of corrugated sheets[J]. Computers & structures,1986,23(2):129-138.

[9] XIA Y,FRISWELL M I,FLORES E I S. Equivalent models of corrugated panels[J]. International journal of solids and structures, 2012,49(13):1453-1462.

[10] LIEW K M,PENG L X,KITIPORNCHAI S. Buckling analysis of corrugated plates using a mesh-free Galerkin method based on the first-order shear deformation theory[J]. Computational mechanics, 2006,38(1):61-75.

[11] LIEW K M,PENG L X,KITIPORNCHAI S. Vibration analysis of corrugated Reissner-Mindlin plates using a mesh-free Galerkin method[J]. International journal of mechanical sciences,2009,51 (9/10):642-652.

[12] YE Z. Enhance variational asymptotic method for unit cell homogenization (VAMUCH) for real engineering structures and materials [D]. Logan:Utah State University,2013.

[13] YE Z,BERDICHEVSKY V L,YU W B. An equivalent classical plate model of corrugated structures[J]. International journal of solids and structures,2014,51(11/12):2073-2083.

[14] AOKI Y,MAYSENHÖLDER W. Experimental and numerical assessment of the equivalent-orthotropic-thin-plate model for bending of corrugated panels[J]. International journal of solids and structures,2017,108:11-23.

[15] 宋欣,李侨,盛宏威,等.叠加法求变刚度弹性板大变形下最大挠度的研究[J].应用力学学报,2020,37(3):1299-1304.
SONG Xin,LI Qiao,SHENG Hongwei,et al. Maximum deflection of largest deformation of variable stiffness elastic plate by superposition method[J]. Chinese journal of applied mechanics,2020,37 (3):1299-1304(in Chinese).

[16] 王晨,燕群,陈海波,等.内损耗因子对铝合金壁板高频疲劳寿命影响的研究[J].应用力学学报,2019,36(4):753-758.
WANG Chen,YAN Qun,CHEN Haibo,et al. Research on influence of internal loss factor on high-frequency fatigue life of aluminum alloy panel[J]. Chinese journal of applied mechanics,2019, 36(4):753-758(in Chinese).

[17] 于渤,韩宾,徐雨,等.空心及PMI泡沫填充铝波纹板夹芯梁冲击性能的数值研究[J].应用力学学报,2014,31(6):906-910.
YU Bo,HAN Bin,XU Yu,et al. Numerical study of the impact response of sandwich beams with empty or PMI foam-filled corrugated core[J]. Chinese journal of applied mechanics,2014,31(6):906-910(in Chinese).

[18] 谭蔚,姜淞元,邹建东,等.板式换热器波纹板片结构承载特性研究[J].化工机械,2019,46(5):519-523.
TAN Wei,JIANG Songyuan,ZOU Jiandong,et al. Study on load-bearing characteristics of corrugated plate structure of plate heat exchangers[J]. Chemical engineering & machinery,2019,46(5): 519-523 (in Chinese).

[19] 徐芝纶.弹性力学(下册)[M].4版.北京:高等教育出版社,2006.

[20] S 铁摩辛柯,S 沃诺斯基.板壳理论[M].《板壳理论》翻译组,译.北京:科学出版社,1977.

[21] 沈观林,胡更开,刘彬.复合材料力学[M].2版.北京:清华大学出版社,2013.

(编辑 李坤璐)